



Online-Appendix zu

**„Entwicklung eines modifizierten
Binomialmodells zur Bewertung von
Mitarbeiteraktienoptionen –
Bewertungsmodell zur Berücksichtigung der
Besonderheiten von
Mitarbeiteraktienoptionen und Vergleich
mit Angaben der DAX und MDAX-
Unternehmen“**

Benedikt von Bary

Technische Universität München

Junior Management Science 2 (2016) 84-117

6. Anhang

Anhang 1: Das Binomialmodell²⁷³

Im Folgenden werden die benötigten Formeln zur Berechnung des Optionswertes nach dem Binomialmodell von John C. Cox, Stephen A. Ross und Mark Rubinstein eingeführt.

- Periodenlänge Δ : Betrachtet wird das Zeitintervall $[0, T]$ mit der Anzahl der zu betrachtenden Perioden M . Die Länge einer Periode lässt sich somit berechnen aus:

$$\Delta t = \frac{T}{M}$$

- Auf-/Abwärtsbewegung u/d : Die Änderung des Aktienkurses von einem Intervall zum nächsten lässt sich aus der Volatilität σ des Aktienkurses und der Periodenlänge ermitteln:

$$u = e^{(\sigma \cdot \sqrt{\Delta t})}$$

$$d = e^{(-\sigma \cdot \sqrt{\Delta t})}$$

- Risikoneutrale Eintrittswahrscheinlichkeit einer Auf-/Abwärtsbewegung p_u/p_d : Die Wahrscheinlichkeit einer Auf- bzw. Abwärtsbewegung lässt sich durch die folgende Formel bestimmen:

$$p_u = (e^{(r \cdot \Delta t)} - d) / (u - d)$$

$$p_d = 1 - p_u$$

- Aktienkurs am Knoten i : Der Kursverlauf der Aktie im Zeitintervall $[t_i, t_{i+1}]$ beträgt:

$$S_{i+1} = \begin{cases} u * S_i & \text{mit Wahrscheinlichkeit } p_u \\ d * S_i & \text{mit Wahrscheinlichkeit } p_d \end{cases}$$

Damit lassen sich die verschiedenen Aktienkurse mit der folgenden Gleichung berechnen:

$$S_{ij} = S_0 * u^j * d^{i-j} \quad \text{mit } i = 1, 2, \dots, M \text{ und } j = 0, 1, \dots, i$$

- Berücksichtigung der Dividende: Unter Annahme einer konstanten Dividendenrendite δ werden die Aktienkurse an den verschiedenen Knoten wie folgt berechnet:

$$S_{ij} = S_0 * u^j * d^{i-j} * (1 - \delta)$$

²⁷³ Vgl. hierzu und zum Folgenden Cox/Ross/Rubinstein (1979), S. 250-258; Hull (2009), S. 508-512, S. 517-520.

- Optionswert C: Der Wert der Option wird durch Rückwärtsinduktion ausgehend von den Knoten zum Zeitpunkt t_M bestimmt. Der Wert der Option mit dem Ausübungskurs X am Ende der Laufzeit wird wie folgt ermittelt:

$$C_{jM} = (S_{jM} - X)$$

Basierend auf den ermittelten Werten am Ende der Laufzeit lassen sich die mit dem risikolosen Zinssatz abdiskontierten Optionswerte für alle Zeitpunkte t_i berechnen:

$$C_{ij} = e^{(-r \cdot \Delta t)} * (p_u * C_{j+1,i+1} + p_d * C_{j,i+1})$$

Somit ergibt sich für den Wert einer amerikanischen Call-Option:

$$C_{ji} = \max\{(S_{ji} - K), e^{(-r \cdot \Delta t)} * (p_u * C_{j+1,i+1} + p_d * C_{j,i+1})\}$$

Anhang 2: Das Black-Scholes-Modell unter Berücksichtigung von Dividenden²⁷⁴

Hierbei handelt es sich um eine Erweiterung des ursprünglichen Black-Scholes-Modells durch Robert C. Merton, das auch die Dividendenrendite δ bei der Bewertung einer Call-Option berücksichtigt:

$$C = S * e^{-\delta * T} * N(d_1) - X * e^{-r_f * T} * N(d_2) \quad (3)$$

$$\text{mit } d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r_f - \delta) * T}{\sigma \sqrt{T}} + \frac{1}{2} \sigma \sqrt{T}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

$N(d_1)$, $N(d_2)$: kumulierte Standardnormalverteilung

²⁷⁴ Vgl. hierzu und zum Folgenden Merton (1973), S. 170; Hall/Liebman (1998), S. 686.

Anhang 4: Übersicht über exkludierte Beobachtungen²⁷⁶

	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	SUMME
Gelistet in DAX und MDAX	472	491	485	461	438	432	436	3215
Ausstieg aus aktienbas. Programm	81	66	74	79	74	68	69	511
Nicht in Thomson gelistet	27	39	45	19	13	6	5	154
Kein Aktienoptionsprogramm	225	231	227	238	268	268	284	1741
Fehlt aufgrund intransparentem Reporting	12	18	20	12	14	17	14	107
Keine Börsennotierung im Vorjahr	8	5	-	-	-	-	7	20
Amtszeit im Geschäftsjahr < 120 Tage	19	29	25	25	20	18	13	149
Gestrichen wegen mehr Tranchen	-	-	13	-	-	-	-	13
Finale Anzahl an Beobachtungen	100	103	81	88	49	55	44	520

²⁷⁶ Quelle: Eigene Darstellung. Vom Autor aus dem bestehenden Datensatz gestrichene Unternehmen: Praktiker, Metro, Hochtief, Klöckner, SGL Carbon (nur 2008), Fresenius (nur 2008).